



МАТЕМАТИКА

Планиметрия

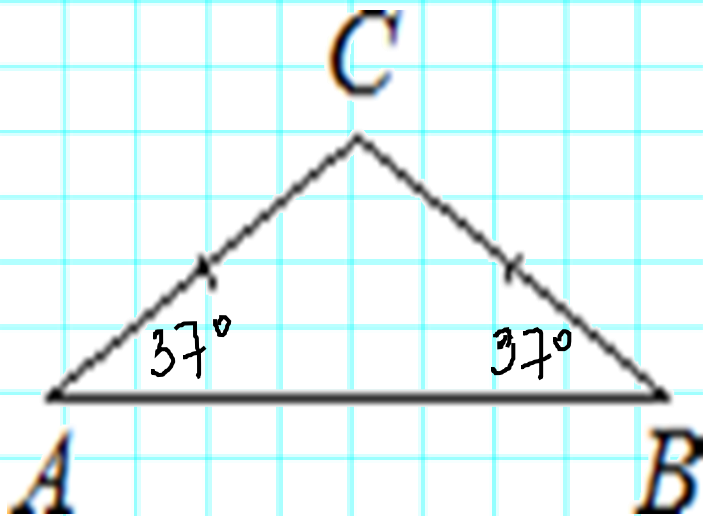
часть 1

ТЕМЫ

- ✓ **Биссектриса, медиана, высота, сумма углов в треугольнике**
- ✓ **Четырехугольники**
- ✓ **Площадь. Теорема Пифагора**
- ✓ **Подобные треугольники**
- ✓ **Синус, косинус, тангенс острого угла, теорема Пифагора**
- ✓ **Центральные и вписанные углы**
- ✓ **Вписанная окружность**
- ✓ **Описанная окружность**
- ✓ **Расширенная теорема синусов**

1

В треугольнике ABC угол A равен 37° , стороны AC и BC равны. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

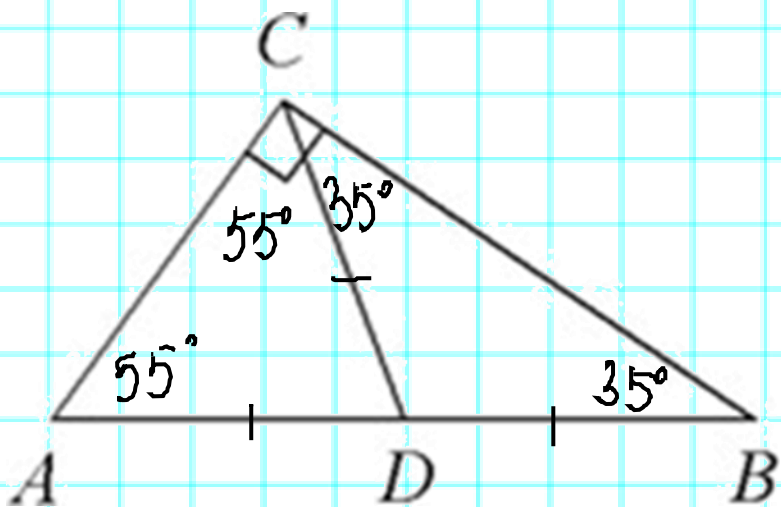


$$\angle C = 180^\circ - 2 \cdot 37^\circ = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$$

Ответ: 106.

2

В треугольнике ABC CD – медиана, угол C равен 90° , угол B равен 35° . Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

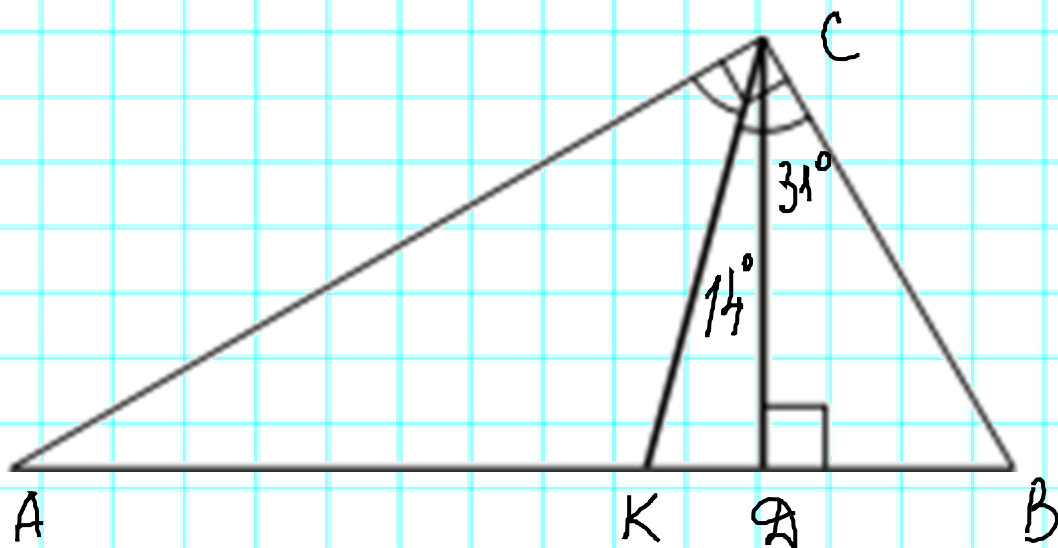


$$90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

Ответ: 55.

3

В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



$$\angle KCB = 45^\circ$$

$$\angle DCB = 45^\circ - 14^\circ = 31^\circ$$

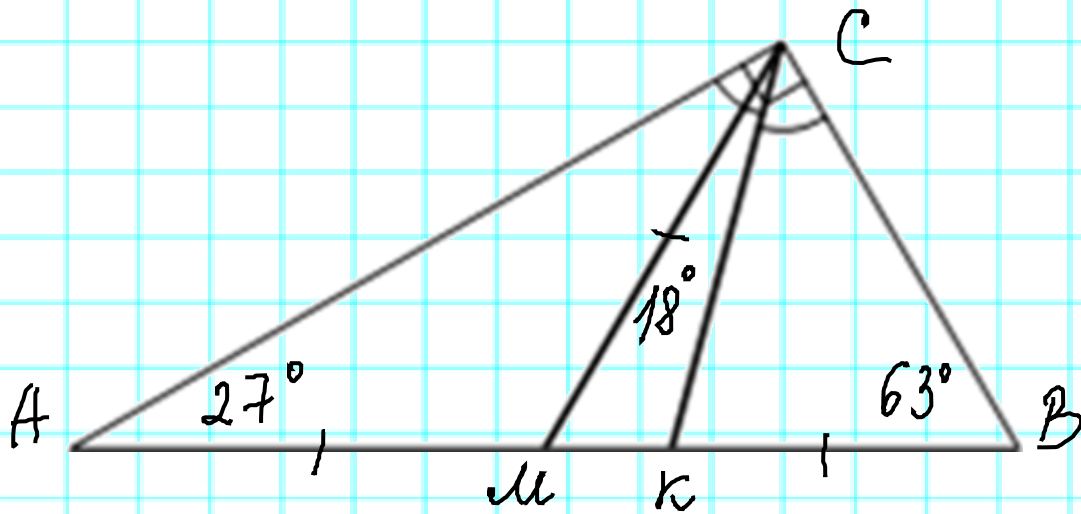
$$\angle DCB = \angle A = 31^\circ$$

$$\angle B = 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$$

Ответ: 31

4

Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведёнными из вершины прямого угла, равен 18° . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



$$\angle ACK = 45^\circ$$

$$\angle ACM = 45^\circ - 18^\circ = 27^\circ$$

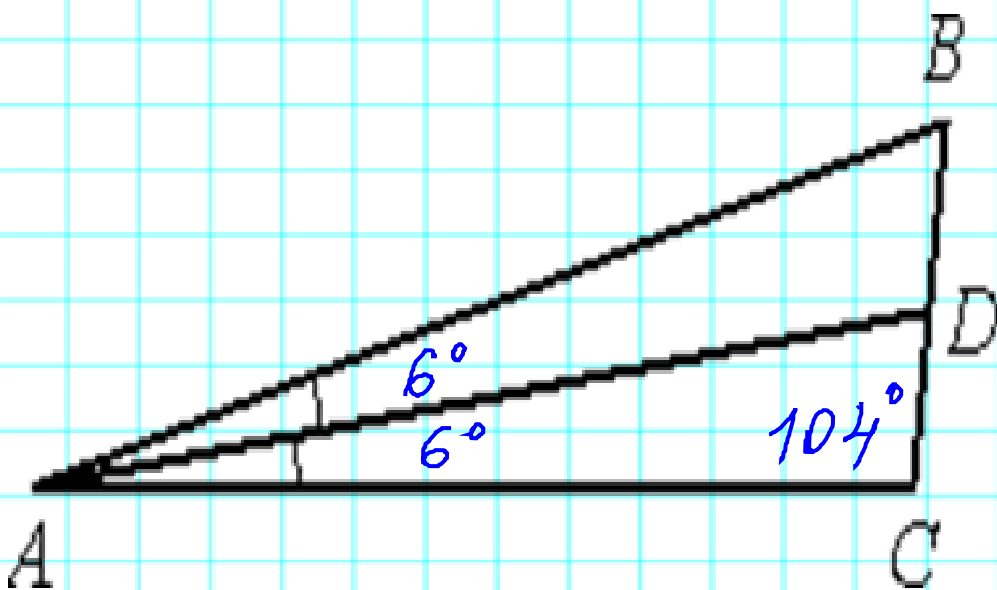
$$\angle A = \angle ACM = 27^\circ$$

$$\angle B = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$$

Ответ: 27

5

В треугольнике ABC AD – биссектриса, угол C равен 104° , угол CAD равен 6° . Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

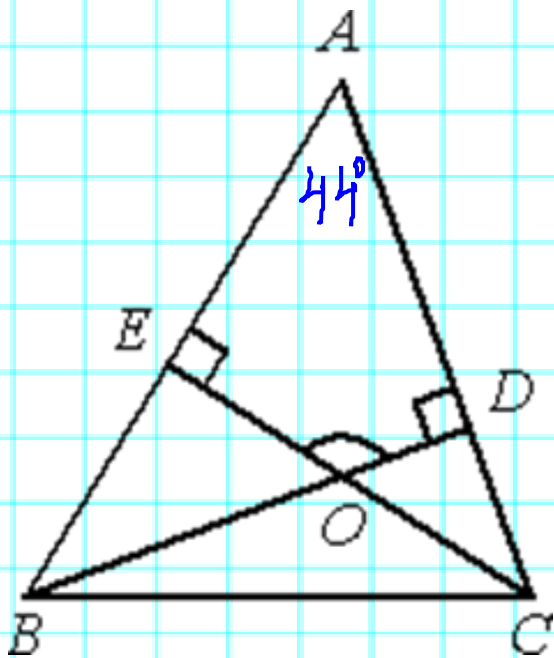


$$\begin{aligned}\angle B &= 180^\circ - (104^\circ + 12^\circ) = \\ &= 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ\end{aligned}$$

Ответ: 64

6

В треугольнике ABC угол A равен 44° , углы B и C – острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.



$\angle DOE$

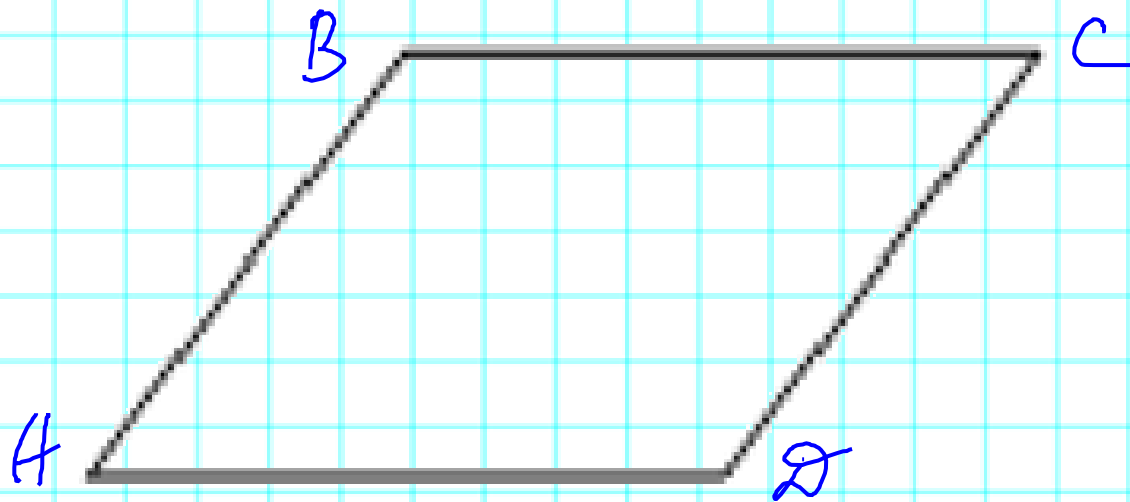
$$44^\circ + 90^\circ + \angle DOE + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\angle DOE = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$$

Ответ: 136

7

Один угол параллелограмма больше другого на 36° . Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.



$$\angle B > \angle A \text{ на } 36^\circ$$

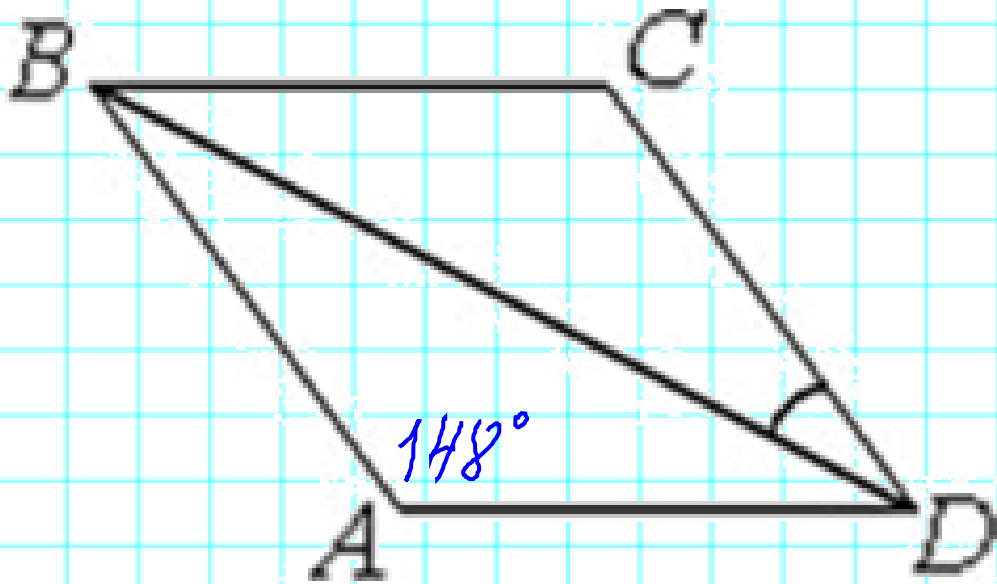
$$\angle B - \angle A = 36^\circ$$

$$\angle B + \angle A = 180^\circ$$

$$\angle A = (180^\circ - 36^\circ) : 2 =$$

$$= 144^\circ : 2 = 72^\circ$$

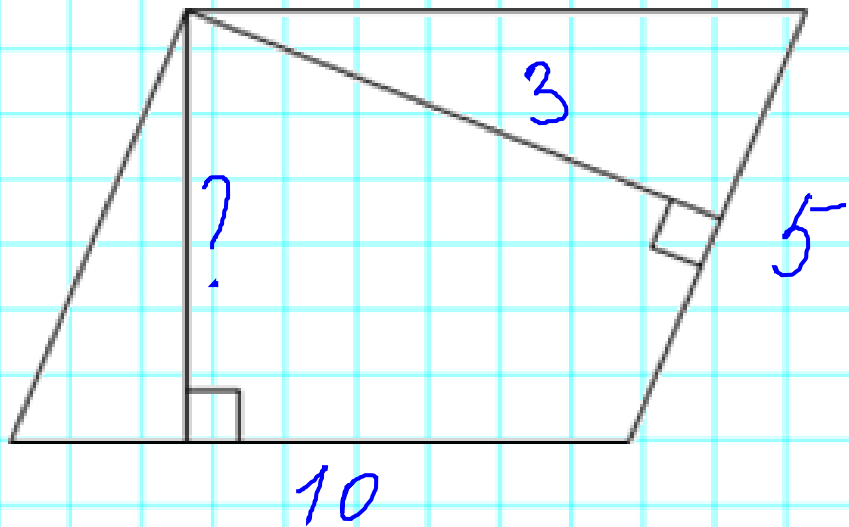
В ромбе ABCD угол DAB равен 148° . Найдите угол BDC. Ответ дайте в градусах.



$$\begin{aligned}\angle ADC &= 180^\circ - 148^\circ = \\ &= 32^\circ\end{aligned}$$

$$\angle BDC = 32^\circ : 2 = 16^\circ$$

Стороны параллелограмма равны 5 и 10. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 3. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма



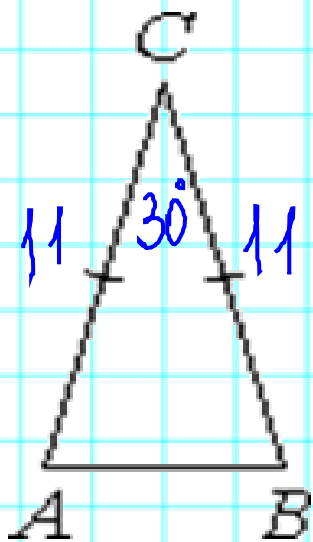
$$S = 5 \cdot 3 = 15$$

$$S = 10 \cdot h = 15$$

$$h = 15 : 10 = 1,5$$

Ответ: 1,5

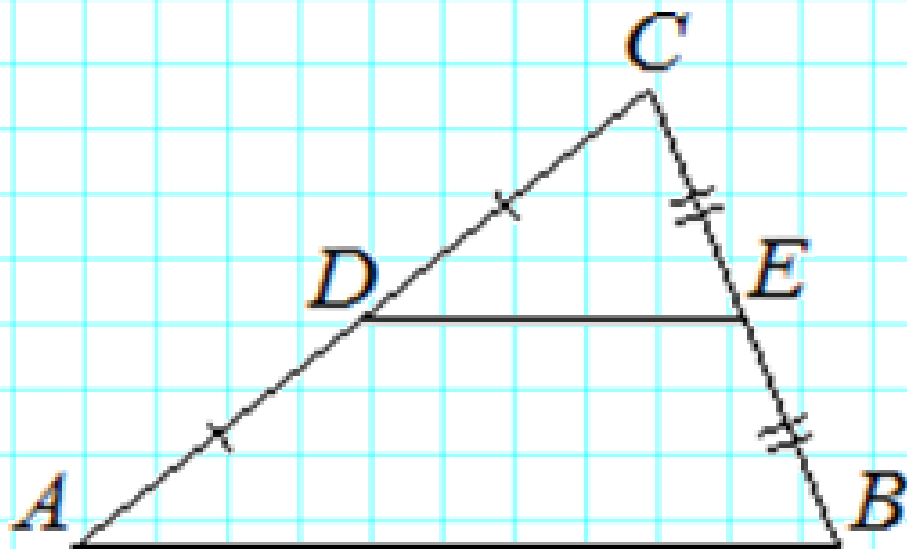
Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Боковая сторона треугольника равна 11. Найдите площадь этого треугольника.



$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \sin C$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 11 \cdot \frac{1}{2} = \frac{121}{4} = 30 \frac{1}{4} = 30,25$$

Площадь треугольника ABC равна 36, DE – средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.



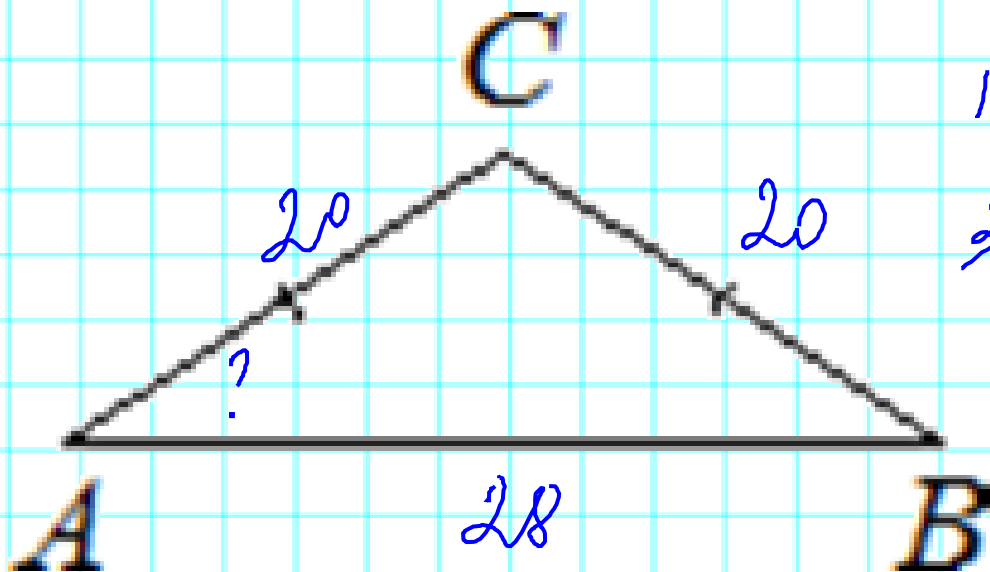
$$\triangle CDE \sim \triangle ABC$$

$$k = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{CDE}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{1}{4}$$

$$S_{CDE} = \frac{1}{4} S_{ABC} = \frac{1}{4} \cdot 36 = 9$$

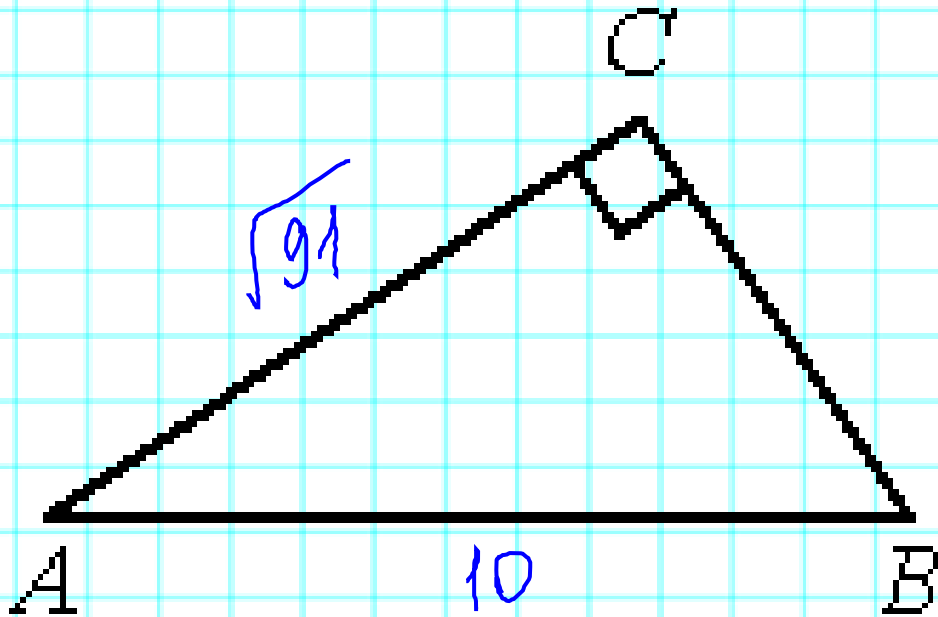
В треугольнике ABC $AC=BC=20$, $AB=28$. Найдите $\cos A$.



$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cos A$$
$$20^2 = 20^2 + 28^2 - 2 \cdot 20 \cdot 28 \cos A$$

$$\cos A = \frac{28^2 - 28^2}{2 \cdot 20 \cdot 28} = \frac{7}{10} = 0,7$$

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB=10$, $AC=\sqrt{91}$.
Найдите $\sin A$.

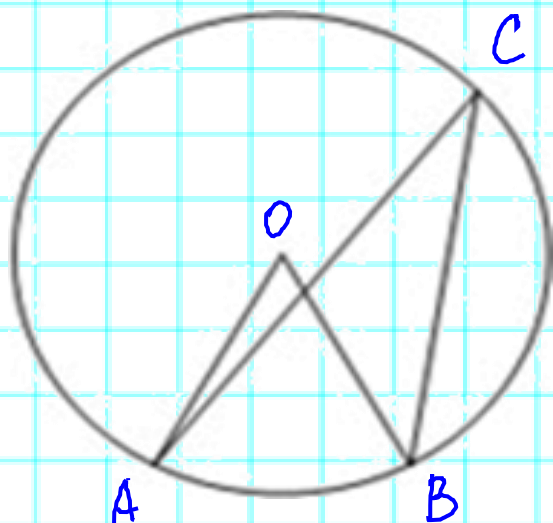


$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$BC = \sqrt{10^2 - \sqrt{91}^2} = \sqrt{100 - 91} = \sqrt{9} = 3$$

Найдите центральный угол, если он на 28° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.



$$\angle AOB > \angle ACB \text{ на } 28^\circ$$

$$\angle AOB = \overset{\frown}{AB}, \quad \angle ACB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB}$$

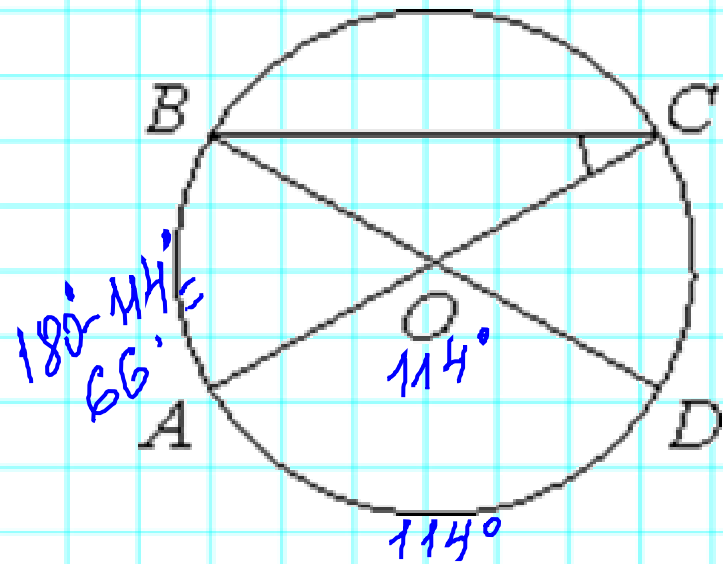
$$\angle AOB = 2 \cdot \angle ACB$$

$$2 \cdot \angle ACB - \angle ACB = 28^\circ$$

$$\angle ACB = 28^\circ$$

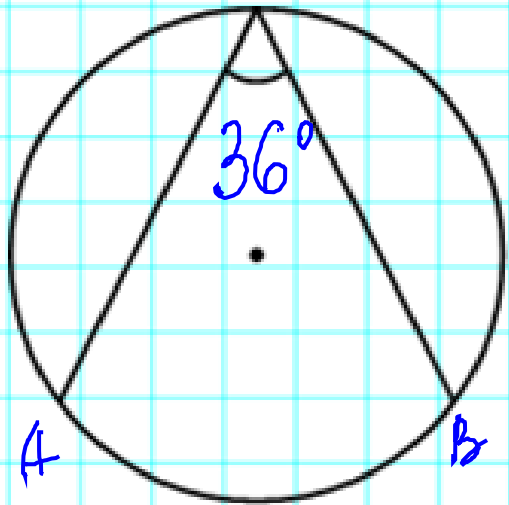
$$\angle AOB = 28^\circ \cdot 2 = 56^\circ$$

Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол AOD равен 114° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



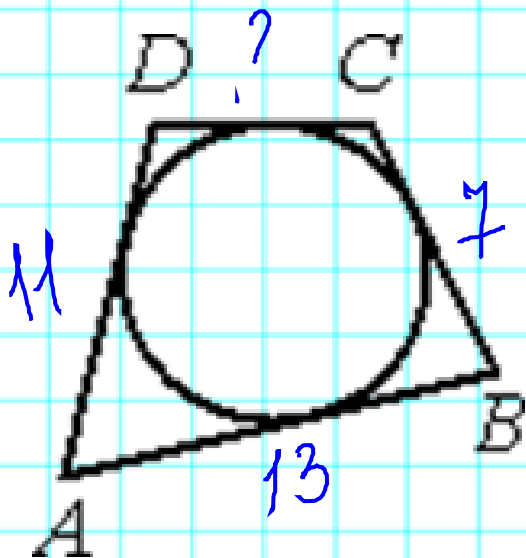
$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 66^\circ : 2 = 33^\circ$$

Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, равную $\frac{1}{5}$ окружности. Ответ дайте в градусах.



$$360^\circ \cdot \frac{1}{5} = 72^\circ$$

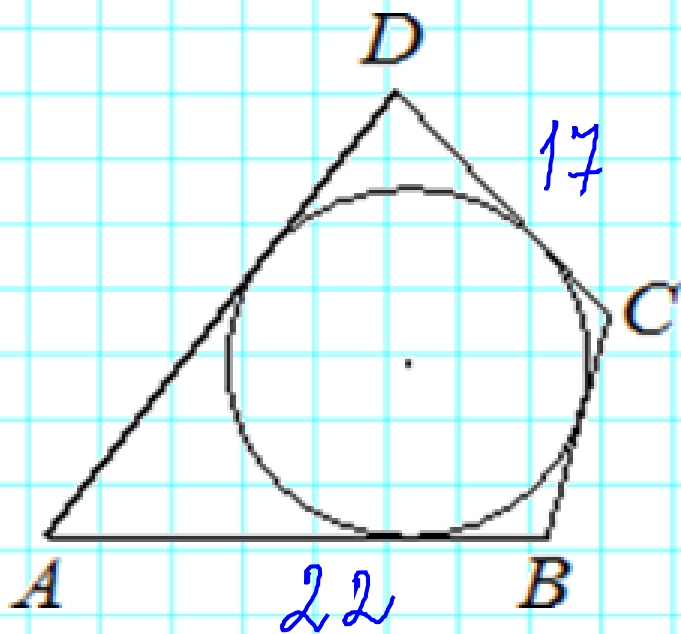
В четырёхугольник ABCD вписана окружность, $AB=13$, $BC=7$ и $AD=11$. Найдите четвертую сторону четырёхугольника.



$$11 + 7 = 13 + DC$$

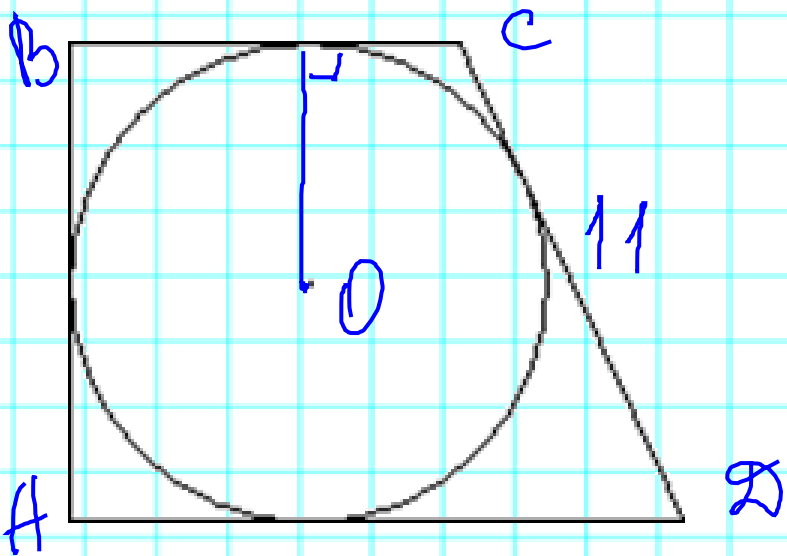
$$DC = 18 - 13 = 5$$

В четырёхугольник ABCD вписана окружность, $AB=22$, $CD=17$.
Найдите периметр четырёхугольника ABCD.



$$\begin{aligned}AD + BC &= AB + CD \\ P &= 2 \cdot (AB + CD) = 2 \cdot (22 + 17) = \\ &= 2 \cdot 39 = 78\end{aligned}$$

Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 40, её большая боковая сторона равна 11. Найдите радиус окружности.

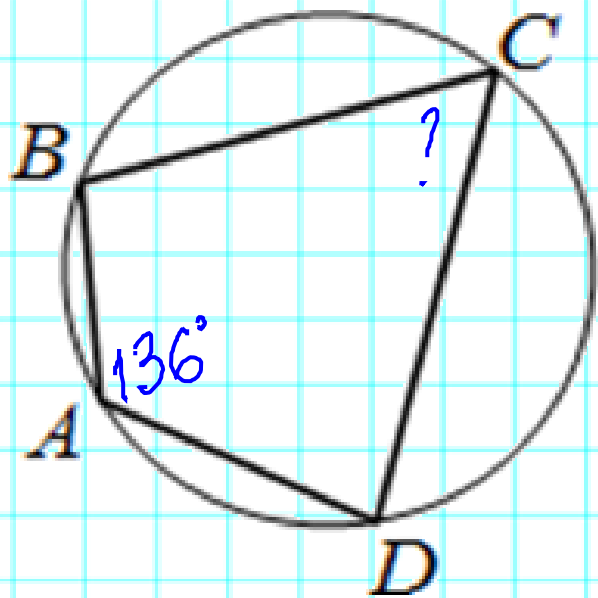


$$AB + CD = 40 : 2 = 20$$

$$AB = 20 - 11 = 9$$

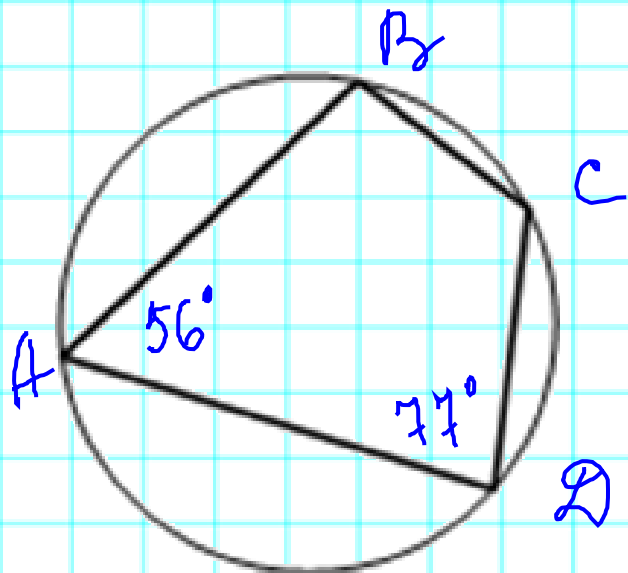
$$r = \frac{1}{2} AB = 9 \cdot \frac{1}{2} = 4,5$$

Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол BAD равен 136° . Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.



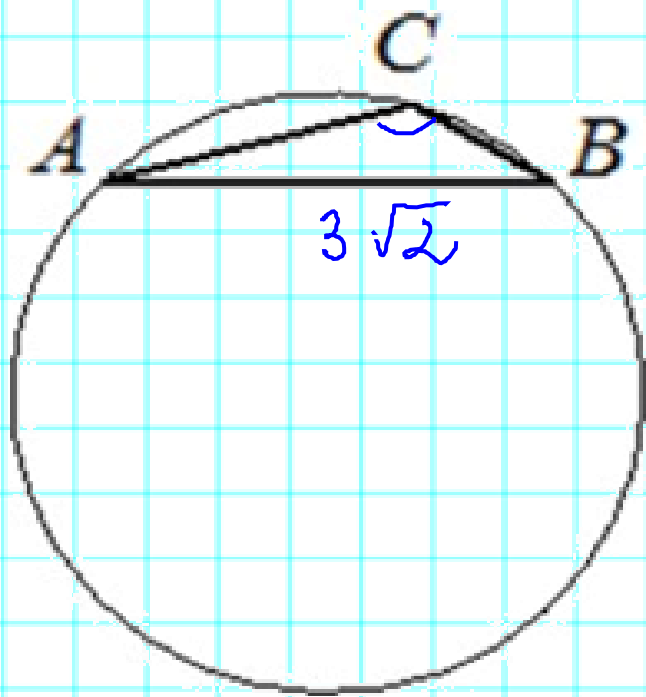
$$\begin{aligned}\angle A + \angle C &= \angle B + \angle D = 180^\circ \\ \angle C &= 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ\end{aligned}$$

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 56° и 77° . Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



$$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$$
$$\angle B = 180^\circ - 77^\circ = \underline{103^\circ}$$

В треугольнике ABC сторона AB равна $3\sqrt{2}$, угол C равен 135° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

$$\frac{AB}{2 \sin C} = R$$

$$R = \frac{3\sqrt{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 3$$